

VỀ THÀNH CÔNG BẢN ĐỒ CỦA MỘT TRONG NHỮNG CẤU TRÚC TOÁN HỌC PHỨC TẠP NHẤT

Các nhà toán học đã lập được bản đồ vận hành bên trong của một trong những cấu trúc phức tạp nhất từng được nghiên cứu: Vật thể này chính là cấu trúc E8 khác thường thuộc nhóm Lie. Thành tựu này rất có ý nghĩa cả về mặt tiến bộ

Các nhà toán học đã lập được bản đồ vận hành bên trong của một trong những cấu trúc phức tạp nhất từng được nghiên cứu: Vật thể này chính là cấu trúc E8 khác thường thuộc nhóm Lie. Thành tựu này rất có ý nghĩa cả về mặt tiến bộ kiến thức cơ bản và cả bởi vì có nhiều mối liên hệ giữa E8 và các lãnh vực khác, bao gồm cả lý thuyết dây (string theory) và hình học.

Độ lớn của kết quả tính toán này có thể gây choáng váng: kết quả tính toán nếu được in ra cỡ nhỏ, sẽ có thể bao phủ toàn bộ khu vực vùng Manhattan. Các nhà toán học được biết là có phong cách làm việc một mình, nhưng “cuộc đột kích” E8, một phần của một công trình nghiên cứu lớn, đã mang 18 nhà toán học từ Mỹ và Châu Âu ngồi lại với nhau để cùng hợp tác chặt chẽ trong vòng 4 năm trời.

“Điều này thật thú vị,” ông Peter Sarnak, giáo sư toán trường đại học Princeton (không tham gia vào công trình nghiên cứu này), nói. “Hiểu được và phân loại được các đại diện của nhóm Lie là mấu chốt để có thể hiểu được các hiện tượng trong nhiều lĩnh vực toán học và khoa học khác nhau, bao gồm đại số, hình học, lý thuyết số, Vật lý và Hóa học. Công trình nghiên cứu này rất quý giá cho các nhà toán học và khoa học trong tương lai.”

Lớn hơn bộ gen của con người

Hệ thống nghiệm của E8 bao gồm 240 vectơ theo không gian 8 chiều. Những vectơ này là các đỉnh (góc) của vật thể 8 chiều gọi là Gosset polytope 421. Vào thập niên 60, Peter McMullen đã vẽ (bằng tay) một đại diện 2 chiều của Gosset polytope 421. Ảnh trên được tạo ra bằng máy vi tính, dựa trên hình vẽ của McMullen. (Ảnh: Được cung cấp bởi Viện Toán Học Hoa Kỳ)

Độ lớn của kết quả tính toán E8 đã lôi cuốn sự so sánh với công trình nghiên cứu bộ gen con người. Bộ gen con người, bộ gen chứa tất cả các thông tin di truyền của một tế bào, thì có kích thước ít hơn một gigabyte. Kết quả tính toán E8, kết quả chứa tất cả các thông tin về E8 và các đại diện của nó, có kích thước là 60 gigabyte. Như vậy là có đủ chỗ để chứa được các bài hát có thể nghe liên tục trong suốt 45 ngày ở định dạng MP3. Trong khi nhiều công trình nghiên cứu khoa học phải xử lý một lượng lớn dữ liệu, thì kết quả tính toán E8 rất khác biệt: Kích thước dữ liệu được đưa vào thì tương đối nhỏ, nhưng chính lời giải lại rất lớn, và rất dày đặc.

Giống như công trình nghiên cứu bộ gen con người, các kết quả này chỉ là sự khởi đầu. Theo chủ nhiệm công trình nghiên cứu Jeffrey Adams thì, “đây là nghiên cứu cơ bản mang nhiều hàm ý, hầu hết những hàm ý này chúng ta vẫn chưa hiểu được. Giống như bộ gen con người không cho bạn một loại thuốc thần dược ngay lập tức, các kết quả của chúng tôi là một công cụ cơ bản mà con người có thể sử dụng để phát triển nghiên cứu trong các lĩnh vực khác.” Công trình nghiên cứu này có thể không đoán trước được những hàm ý trong toán học và vật lý, những hàm ý mà không có trong nhiều năm qua.

Ông Hermann Nicolai, giám đốc Viện Albert Einstein ở Bonn, Đức (không tham gia vào công trình nghiên cứu này) phát biểu “đây là một thành tựu ấn tượng. Trong khi các nhà toán học từ lâu đã biết về vẻ đẹp và sự độc đáo của cấu trúc E8, thì chúng tôi, những nhà vật lý, phải đánh giá cao vai trò đặc biệt của nó chỉ mới trong thời gian gần đây - tuy nhiên, với nỗ lực của chúng tôi trong việc hợp nhất trọng lực với các lực cơ bản khác thành lý thuyết trọng lực lượng tử thích hợp, chúng tôi giờ đây đã phải chạm trán với nó ở hầu hết mọi ngõ ngách! Vì vậy, hiểu được sự vận hành bên trong của cấu trúc E8 không chỉ là sự tiến bộ vĩ đại cho các nhà toán học đơn thuần, mà còn có thể giúp các nhà vật lý trong việc truy tìm ra một lý thuyết hợp nhất.”

Kết quả tính toán cấu trúc E8

Nhóm nghiên cứu tính toán ra cấu trúc E8 bắt đầu nghiên cứu từ 4 năm về trước. Họ gặp nhau tại Viện Toán Học Hoa Kỳ mỗi mùa hè, và làm việc với nhau theo từng nhóm nhỏ trong suốt năm. Công việc của họ đòi hỏi toán học lý thuyết và lập trình máy tính phức tạp.

Thành viên của nhóm, Ông David Vogan từ viện MIT nói, “Tài liệu cho môn này rất nhiều và rất khó hiểu. Ngay cả sau khi chúng tôi đã hiểu được toán học cơ bản rồi, chúng tôi cũng phải mất hơn 2 năm để thực hiện nó trên máy tính.”

Và sau đó là đến vấn đề phải tìm được một máy tính đủ lớn để làm các tính toán. Mất thêm một năm nữa để nhóm nghiên cứu thực hiện các tính toán sao cho hiệu quả hơn để nó có thể phù hợp với các siêu máy tính hiện tại, nhưng nó vẫn vượt quá dung lượng của ổ cứng của các máy tính này.

Nhóm nghiên cứu phải dự tính đến việc đợi một chiếc máy tính lớn hơn thì ông Noam Elkies trường đại học Harvard đã tìm ra được cách thực hiện một số phiên bản nhỏ của việc tính toán này, mỗi phiên bản này sẽ cho ra một phiên bản chưa hoàn chỉnh của câu trả lời. Những câu trả lời chưa hoàn chỉnh này có thể ráp lại với nhau để đưa ra lời giải cuối cùng. Chi phí là phải thực hiện việc tính toán này đến 4 lần, cộng thêm thời gian để kết hợp các câu trả lời chưa hoàn chỉnh với nhau. Cuối cùng, mất khoảng 77 tiếng để thực hiện việc tính toán trên siêu máy tính Sage.

Đồ thị này miêu tả cấu trúc toán học tương tự như cấu trúc E8 nhưng nhỏ hơn rất nhiều so với E8.
(Ảnh: David Vogan, MIT)

Sự đối xứng đẹp mắt

Ở mức cơ bản, việc tính toán cấu trúc E8 là nghiên cứu tính đối xứng. Các nhà toán học đã phát minh ra nhóm Lie để nắm được bản chất của tính đối xứng: làm nền tảng cho bất cứ vật thể đối xứng nào, như khối cầu, là một nhóm Lie.

Nhóm Lie chia ra thành nhiều nhóm. Các nhóm cổ điển như $A_1, A_2, A_3, \dots, B_1, B_2, B_3, \dots, C_1, C_2, C_3, \dots$ và $D_1, D_2, D_3, \dots$ lên cao giống như các ngọn đồi chạy thoải thoải về hướng đường chân trời. Nhô ra khỏi phong cảnh toán học này là các đỉnh lởm chởm của các nhóm đặc biệt G_2, F_4, E_6, E_7 , vượt hẳn lên tất cả chúng là E8. E8 là nhóm phức tạp lạ thường nhất: Nó là các đối xứng của vật thể 57 chiều riêng biệt và bản thân cấu trúc E8 là 248 chiều.

Để miêu tả được kết quả mới này đòi hỏi một mức trừu tượng hơn nữa. Các cách mà E8 biểu thị chính nó như một nhóm đối xứng được gọi là các đại diện. Mục tiêu đặt ra là miêu tả hết toàn bộ các đại diện có thể của E8. Những đại diện này cực kỳ phức tạp, nhưng các toán học đã miêu tả chúng theo hình thức các khối hợp nhất cơ bản. Kết quả mới là một danh sách hoàn chỉnh những khối hợp nhất này đối với các đại diện của E8, và sự miêu tả chính xác các mối quan hệ giữa chúng, tất cả được giải mã theo một ma trận với 205.263.363.600 mục.

Tập bản đồ của công trình nghiên cứu nhóm Lie

Việc tính toán cấu trúc E8 là một phần của công trình nghiên cứu tham vọng được biết đến với tên "Tập Bản Đồ Của Công Trình Nghiên Cứu Nhóm Lie và Các Đại Diện". Mục tiêu của công trình nghiên cứu tập bản đồ này là xác định các đại diện đơn nhất của tất cả các nhóm Lie. Đây là một trong những bài toán chưa giải được lớn nhất kể từ đầu thế kỷ 20. Sự thành công của việc tính toán ra cấu trúc E8 đã dẹp bớt nhiều nghi ngờ về khả năng nhóm nghiên cứu tập bản đồ có thể hoàn thành công trình nghiên cứu này.

Công trình nghiên cứu tập bản đồ được tài trợ bởi Quỹ Khoa Học Quốc Gia thông qua Viện Toán Học Hoa Kỳ.

Thanh Vân