

NGHIÊN CỨU PHƯƠNG TRÌNH DẠNG ELLIPTIC, PARABOLIC VÀ ỨNG DỤNG TRONG ĐỒNG HÓA DỮ LIỆU

TỔNG QUAN

Quá trình phát triển của nhân loại luôn gắn liền với quá trình chinh phục và cải tạo thiên nhiên. Để đạt được mục đích đó, con người đã cố gắng nắm bắt các hiện tượng tự nhiên và mô tả chúng bằng các ngôn ngữ khoa học. Một trong những phương pháp là mô tả các hiện tượng tự nhiên bằng các mô hình toán học. Bài toán thuận là bài toán mà đã biết các tham số và các dữ kiện. Ngược lại một bài toán mà tham số và dữ kiện chưa được biết một cách đầy đủ, cần phải thêm vào đó các quan sát bổ sung nhằm xác định lại mô hình, khi đó ta có bài toán ngược. Trong thực tế cuộc sống, chúng ta thường xuyên bắt gặp những bài toán ngược. Vì vậy việc nghiên cứu và phát triển lý thuyết bài toán ngược là việc làm vô cùng quan trọng.

Đề tài “Nghiên cứu phương trình dạng elliptic, parabolic và ứng dụng trong đồng hóa số liệu” nghiên cứu hai quá trình là khuếch tán và truyền dẫn. Từ đó đưa đến việc nghiên cứu hai loại phương trình dạng elliptic và parabolic. Đề tài chỉ tập trung nghiên cứu hai vấn đề: Bài toán xác định biên và bài toán đồng hóa số liệu.

Bài toán xác định biên trong phương trình elliptic và parabolic là một bài toán hết sức quan trọng trong khoa học và công nghệ, đó là bài toán nhờ những quan sát bổ sung ở trên biên của quá trình vật lý được mô tả bằng phương trình elliptic và parabolic để xác định lại miền vật lý mà ở đó quá trình xảy ra.

Trong những năm qua, nhiều nhà khoa học đã nghiên cứu bài toán xác định biên cho phương trình đạo hàm riêng. Người đi tiên phong trong lĩnh vực này là Stefan. Vào những năm cuối của thế kỷ XIX, ông nghiên cứu bài toán xác định biên của một khối nước đá tan chảy do tác động của nhiệt độ bên ngoài. Kể từ đó đến nay, do đòi hỏi của khoa học kỹ thuật cũng như do đòi hỏi nội tại của chính bản thân Toán học, các bài toán biên tự do, bài toán xác định biên trong phương trình đạo hàm riêng được nghiên cứu sâu rộng. Các bài toán trước đây thường cho hai điều kiện bổ sung trên biên chưa biết và một điều kiện trên biên tiếp cận được. Mặc dù đó là bài toán rất khó, độ phi tuyến cao, nhưng thường là những bài toán ổn định theo nghĩa: sai số nhỏ trong dữ kiện bổ sung dẫn đến sai số nhỏ trong lời giải, tức là sai số nhỏ trong biên cần tìm. Nhưng gần đây, nhiều nhà toán học đã nghiên cứu bài toán khi trên biên cần tìm chỉ có một điều kiện biên, còn trên biên tiếp cận được ta có hai điều kiện biên. Đây là bài toán rất lý thú và thường xuyên xuất hiện trong kỹ thuật hồng ngoại, thử nghiệm không phá hủy, vật lý plasma... Với những bài toán này thì sai số nhỏ ở trong điều kiện biên có thể dẫn đến sai số lớn tùy ý trong biên cần tìm. Một số kết quả của Bukhgeim, Chen, Yamamoto, Alessandrini, Beretta, Vessella, Bryan đã đề cập đến đánh giá ổn định cho một số bài toán, nhưng lớp bài toán này còn rất hẹp, do nó rất khó. Ngoài ra, do bài toán đặt không chính, nên song song với việc tìm các đánh giá ổn định, người ta phải chỉ ra các phương pháp chỉnh để làm ổn định hóa bài toán và đưa ra các phương pháp số thích hợp. Banks, Kojima, ... là những người đi tiên phong trong lĩnh vực này. Tuy nhiên, cho đến nay có rất ít phương pháp số hữu hiệu để giải các bài toán kể trên, và lý thuyết cho những phương pháp này hầu như chưa được phát triển.

Trong lý thuyết dự báo, bài toán đầu tiên xuất hiện là bài toán đồng hóa dữ liệu. Đồng hóa dữ liệu là bài toán từ những quan sát của quá trình ở thời điểm hiện tại, ta cần xác định lại điều kiện ban đầu từ đó đưa ra những dự đoán về sự tiến hóa của quá trình. Trên thế giới có nhiều nhà toán học nổi tiếng nghiên cứu về bài toán đồng hóa và đã đạt được một số kết quả nhất định đối với

phương trình tuyến tính và phương trình phi tuyến đơn giản như: Le Dimet, Puel, Marchuk, Parmuzin. Tuy nhiên đồng hóa dữ liệu vẫn là bài toán đặt ra nhiều thách thức cho các nhà toán học đương đại. Thực tế là các phương pháp chính cho bài toán phi tuyến chưa có nhiều kết quả và khi giải số thì thường gặp những bài toán có số chiều rất lớn (hơn 108 biến). Vì thế đây là một vấn đề mở đòi hỏi những nỗ lực hơn nữa.

MỤC TIÊU

- Đưa ra đánh giá ổn định cho các bài toán xác định biên cho phương trình elliptic và parabolic trong trường hợp tổng quát, đặc biệt cho các bài toán phi tuyến;
- Đề xuất các phương pháp số ổn định để giải bài toán và thử nghiệm trên máy tính;
- Nghiên cứu phương pháp biến phân và chỉnh hóa bài toán;
- Nghiên cứu phương pháp Splitting để giải số bài toán;
- Phát triển phương pháp Proper Orthogonal Decomposition (khai triển trực giao chính) để giảm thiểu số chiều của bài toán và chứng minh tính hội tụ, đồng thời giải số bài toán;
- Nghiên cứu phương pháp chỉnh hóa bài toán kiểu đơn điệu;
- Góp phần nâng cao năng lực nghiên cứu cho cán bộ giảng dạy Toán ứng dụng, Toán giải tích và Toán học tính toán của Đại học; phục vụ hiệu quả cho công tác NCKH và đào tạo sau đại học chuyên ngành Toán ứng dụng và Toán giải tích tại Đại học Thái Nguyên;
- Mở rộng hợp tác nghiên cứu khoa học với các cơ sở nghiên cứu ngoài đại học.

NỘI DUNG

- Nghiên cứu bài toán xác định biên cho phương trình elliptic và parabolic, hiệu chỉnh và đưa ra đánh giá ổn định, đặc biệt là đối với phương trình phi tuyến.
- Nghiên cứu phương pháp biến phân, phương pháp Splitting, phương pháp Proper Orthogonal Decomposition (Khai triển trực giao chính) và chứng minh sự hội tụ.
- Tính toán các ví dụ số, có minh họa qua các chương trình trên các ngôn ngữ lập trình hiện đại.

PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Dựa trên kết quả của các nhà khoa học trong và ngoài nước để phát triển mở rộng bài toán cho các trường hợp tổng quát và đưa ra phương pháp số hữu hiệu. Để đạt được mục tiêu đó, cần có hiểu biết sâu sắc về lý thuyết định tính của phương trình đạo hàm riêng; Cần sử dụng thành thạo các công cụ của Giải tích Điều hòa, phương pháp đánh giá Carlemen; Phương pháp biến phân, phần tử hữu hạn và phần tử biên để rời rạc hóa bài toán; Biết thực hiện các tính toán số minh họa cho tính hữu hiệu của phương pháp qua các chương trình trên các ngôn ngữ lập trình hiện đại.

HIỆU QUẢ KTXH

- Tăng cường năng lực nghiên cứu cho nhóm làm đề tài nói riêng và trong khoa Toán - Tin, trường Đại học Khoa học nói chung;
- Phục vụ công tác nghiên cứu khoa học và đào tạo sau đại học tại Đại học Thái Nguyên.

ĐƠN VỊ SỬ DỤNG