

# XÁC ĐỊNH BIÊN TRONG BÀI TOÁN DẠNG ELLIPTIC

## TỔNG QUAN

Bài toán xác định biên trong phương trình elliptic là một bài toán hết sức quan trọng trong khoa học và công nghệ: đó là bài toán nhờ những quan sát bổ sung ở trên biên của quá trình vật lý được mô tả bằng phương trình elliptic để xác định lại miền vật lý mà ở đó quá trình xảy ra. Trong những năm qua, nhiều nhà khoa học đã nghiên cứu bài toán xác định biên trong phương trình đạo hàm riêng. Người đi tiên phong trong lĩnh vực này đó là Stefan, vào những năm cuối của thế kỷ mười chín, ông nghiên cứu bài toán xác định biên của một khối nước đá tan chảy do tác động của nhiệt độ bên ngoài. Các bài toán trước đây thường cho hai điều kiện bổ sung trên biên chưa biết và một điều kiện trên biên tiếp cận được. Mặc dù đó là bài toán rất khó, độ phi tuyến cao, nhưng đó thường là những bài toán ổn định theo nghĩa: sai số nhỏ trong dữ kiện bổ sung dẫn đến sai số nhỏ trong lời giải, tức là sai số nhỏ trong biên cần tìm. Trong những năm gần đây, nhiều nhà toán học đã nghiên cứu bài toán, khi trên biên cần tìm chỉ có một điều kiện biên, còn trên biên tiếp cận được ta có hai điều kiện biên. Bài toán này rất lý thú và thường xuyên xuất hiện trong lĩnh vực thử nghiệm không phá hủy. Đây là những bài toán có độ phi tuyến cao và đặt rất không chính: sai số nhỏ ở trong điều kiện biên có thể dẫn đến sai số lớn tùy ý trong biên cần tìm. Một số kết quả của Bukhgeim, Chen, Yamamoto, Alessandrini, Beretta, Vessella, Bryan ... đã đề cập đến đánh giá ổn định cho một số bài toán. Tuy nhiên lớp bài toán còn rất hẹp, do đây là bài toán rất khó. Ngoài ra, do bài toán đặt không chính, nên song song với việc tìm các đánh giá ổn định, người ta phải chỉ ra các phương pháp chỉnh để làm ổn định hóa bài toán và đưa ra các phương pháp số thích hợp. Banks, Kojima, ... là những người đi tiên phong trong lĩnh vực này.

## MỤC TIÊU

Nghiên cứu bài toán xác định biên cho phương trình elliptic bao gồm đánh giá ổn định và phương pháp chỉnh, đồng thời lập trình và thử nghiệm trên máy tính.

## NỘI DUNG

- Đưa ra một số đánh giá ổn định tốt hơn cho bài toán (so với các đánh giá trước đây);
- Chứng minh tính giải được cho bài toán khi có hai điều kiện biên trên biên chưa biết và một điều kiện biên trên biên tiếp cận được;
- Đưa ra các phương pháp hiệu chỉnh, chứng minh sự hội tụ và chỉ ra tốc độ hội tụ;
- Đưa ra các phương pháp số hữu hiệu để giải các bài toán và chứng minh sự hội tụ của phương pháp;
- Lập trình và thử nghiệm trên máy tính;

## PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

- Phương pháp nghiên cứu lý thuyết bằng cách sử dụng các công cụ như:
  - + các kỹ thuật cơ bản của lý thuyết phương trình đạo hàm riêng, chẳng hạn như: bài toán biến phân, biến đổi Fourier, lý thuyết phổ của toán tử vi phân
  - + phương pháp đánh giá Carlemen
  - + phương pháp hàm phức
  - + phương pháp biến phân
- Phương pháp số: lập trình và thử nghiệm trên máy tính

Vì hạn chế về mặt thời gian, nên trong đề tài này, chúng tôi chỉ giới hạn nghiên cứu những bài toán cơ bản nhất cho phương trình elliptic.

## HIỆU QUẢ KTXH

- Đề tài đưa ra một số kết quả mới, có ý nghĩa trong khoa học về bài toán xác định biên trong

phương trình dạng elliptic.

- Đề tài góp phần nâng cao năng lực nghiên cứu cho nhóm thực hiện đề tài và phục vụ công tác đào tạo, NCKH tại Đại học Thái Nguyên.

**ĐƠN VỊ SỬ DỤNG**