

PHƯƠNG PHÁP GẦN ĐÚNG GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN BIÊN CHO PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CẤP BỐN

TỔNG QUAN

Ngoài nước

Nhiều bài toán trong vật lý, cơ học và một số lĩnh vực khác dẫn đến việc giải các bài toán biên phi tuyến cho phương trình vi phân cấp bốn (phi tuyến trong phương trình, phi tuyến trong các điều kiện biên hoặc cả hai). Chẳng hạn như khi nghiên cứu sự chuyển động ngang của dầm có khớp nối thường xuất hiện mô hình bài toán sau

(1)

ở đây u và v là hàm liên tục, không âm hoặc không dương trong khoảng $[0, 1]$. Nghiên cứu trạng thái cân bằng của dầm trên nền đàn hồi dẫn đến bài toán

(2)

Khi nghiên cứu sự biến dạng của dầm trên nền đàn hồi lại xuất hiện phương trình phi tuyến cấp bốn loại Kirchhoff

(3)

với các điều kiện biên phi tuyến ...

Việc tìm nghiệm chính xác của các bài toán trên là vô cùng khó khăn, khi đó người ta phải tìm nghiệm gần đúng.

Năm 1998, J. Y. Shin (xem [15]) đã sử dụng phương pháp xấp xỉ phần tử hữu hạn và đề xuất phương pháp lặp đơn giải bài toán (1) nhưng chưa có đánh giá sai số giữa nghiệm đúng và nghiệm xấp xỉ. Tiếp tục theo hướng nghiên cứu này, năm 2006, M. R. Ohm, H. Y. Lee, J. Y. Shin (xem [16]) đã đưa ra đánh giá sai số của phương pháp nhưng kết quả thực nghiệm cho thấy sự hội tụ của phương pháp còn chậm. Cũng với bài toán này, năm 2010, các tác giả D. Q. A, V. T. Luan (xem [5]) đã đề xuất một phương pháp khác là đưa bài toán cấp bốn ban đầu về dãy các bài toán tuyến tính cấp hai, bản chất của quá trình lặp trong nghiên cứu này là áp dụng phương pháp Newton cho một phương trình phi tuyến trung gian. Bằng các kết quả thực nghiệm so sánh với phương pháp đã có của J. Y. Shin thì phương pháp này hội tụ nhanh hơn nhiều.

Tiếp theo nghiên cứu của Grossinho, Tersian năm 2000, Ginsberg năm 2001 về bài toán (2), vào năm 2009, E. Alves, E. A. De Toledo, L. A. P. Gomes và M. B. De Souza Cortes (xem [1]) sử dụng hàm Green, nguyên lý điểm bất động chỉ ra sự tồn tại duy nhất nghiệm của bài toán và đề xuất phương pháp lặp tương ứng. Tuy nhiên, tại mỗi lần lặp ta phải tính những tích phân đơn và tích phân bội hết sức phức tạp.

Với một số bài toán biên phi tuyến cho phương trình cấp bốn loại Kirchhoff (3), tính dương của nghiệm, tính vô số nghiệm được To Fu Ma chỉ ra vào năm các 2000, 2003 (xem [11, 12]) bằng cách sử dụng nguyên lý biến phân Ekeland, định lý Pass Mountain và nguyên lý cực đại. Sự tồn tại nghiệm lặp của bài toán cũng được chỉ ra bởi To Fu Ma, A. L. M. Martinez vào năm 2010 (xem [13]) nhờ sử dụng hàm Green và nguyên lý điểm bất động. Tuy nhiên phần thực nghiệm tính toán còn rất sơ sài ...

Như vậy, xuất phát từ những yêu cầu trong thực tiễn cũng như trong lý thuyết toán học, việc xây dựng và phát triển các phương pháp gần đúng hữu hiệu giải một số bài toán biên phi tuyến cho phương trình vi phân cấp bốn là vô cùng quan trọng. Đây luôn là một đề tài thời sự, được nhiều nhà toán học quan tâm nghiên cứu.

Trong nước

Xây dựng và phát triển các phương pháp gần đúng giải bài toán biên phi tuyến cho phương trình vi phân cấp bốn thu hút được sự quan tâm nghiên cứu của các nhà toán học trong nước. Điển hình như nhóm nghiên cứu thuộc Viện Công nghệ Thông tin – Viện Hàm lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam của GS. TS. Đặng Quang Á, Ths. NCS. Vũ Thái Luân, nhóm nghiên cứu tại Đại học Thái Nguyên (TS. Vũ Vinh Quang, TS. Trương Hà Hải, Ths. NCS. Nguyễn Thanh Hoàng, Ths. NCS. Ngô Thị Kim Quy, ...). Vì vậy việc thực hiện đề tài nghiên cứu này là cần thiết và khả thi.

MỤC TIÊU

- Phát triển các phương pháp xấp xỉ đơn điệu và phương pháp dẫn các bài toán cấp bốn về dãy các bài toán tuyến tính cấp hai nhờ vận dụng phương pháp tuyến tính hóa ở công đoạn thích hợp; đưa ra các ví dụ số minh họa cho kết quả lý thuyết;

- Góp phần nâng cao năng lực nghiên cứu của chủ nhiệm đề tài, các thành viên tham gia thực hiện đề tài và cán bộ giảng dạy Toán ứng dụng của Đại học Thái Nguyên;

- Phục vụ hiệu quả cho công tác NCKH và đào tạo sau đại học chuyên ngành Toán ứng dụng tại Đại học Thái Nguyên, một đại học vùng thuộc vùng trung du miền núi phía Bắc còn non trẻ trong hoạt động nghiên cứu khoa học và đào tạo đội ngũ cán bộ giảng dạy có trình độ cao;

- Mở rộng hợp tác nghiên cứu khoa học với các cơ sở nghiên cứu ngoài Đại học Thái Nguyên.

NỘI DUNG

- Xây dựng phương pháp gần đúng giải một số bài toán biên phi tuyến cho phương trình vi phân cấp bốn bằng cách đưa bài toán ban đầu về dãy các bài toán tuyến tính cấp hai.

- Rời rạc hóa các bài toán tuyến tính thu được bằng phương pháp sai phân hữu hạn hoặc phương pháp phần tử hữu hạn để có lời giải số.

- Thực hiện tính toán trên máy tính điện tử để kiểm tra sự hội tụ của các thuật toán đã được nghiên cứu bằng lý thuyết.

PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

- Nghiên cứu lý thuyết (tổ chức Seminar, trao đổi, hợp tác nghiên cứu).

- Nghiên cứu mở rộng một số kết quả đã biết.

- Đưa ra các ví dụ số thể hiện sự hội tụ của các thuật toán đã được nghiên cứu bằng lý thuyết.

HIỆU QUẢ KTXH

- Tăng cường năng lực nghiên cứu cho chủ nhiệm đề tài, các thành viên tham gia thực hiện đề tài, giảng viên giảng dạy chuyên ngành Toán ứng dụng thuộc Đại học Thái Nguyên.

- Phục vụ công tác nghiên cứu khoa học và đào tạo sau đại học tại Đại học Thái Nguyên.

- Mở rộng hợp tác nghiên cứu khoa học với cơ sở đào tạo và nghiên cứu ngoài Đại học Thái Nguyên.

ĐƠN VỊ SỬ DỤNG