

PHƯƠNG PHÁP LẬP ĐƠN ĐIỆU GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN GIÁ TRỊ BIÊN PHI TUYẾN TỔNG QUAN

1. Ngoài nước

Nhiều bài toán trong vật lý, cơ học và một số lĩnh vực khác thông qua mô hình hóa toán học dẫn đến việc giải các bài toán biên đối với phương trình vi phân (thường và đạo hàm riêng) cùng với các điều kiện biên Dirichlet, điều kiện biên Neumann, điều kiện biên Robin hay điều kiện biên hỗn hợp. Trong những năm gần đây, người ta quan tâm rất nhiều đến các bài toán biên phi tuyến (phi tuyến trong phương trình, phi tuyến trong điều kiện biên hoặc cả hai) do nhu cầu phát triển của các lĩnh vực vật lý, cơ học, sinh học, ... (xem, chẳng hạn, [3-5, 8, 11, 14]). Một trong các phương pháp khá phổ biến nghiên cứu định tính (sự tồn tại, duy nhất) của nghiệm và xây dựng nghiệm gần đúng là phương pháp đơn điệu.

Ý tưởng trên có thể được minh họa qua một số thí dụ sau đây.

Thí dụ 1. (Phương trình vi phân thường cấp 2, Cherpion et al. [7])

Thí dụ 2. (Phương trình vi phân thường cấp 4, Bai et al. [1])

Thí dụ 3. (Bài toán đối với phương trình đạo hàm riêng cấp 4, Wang [16])

Giả sử các nghiệm dưới và trên tồn tại. Xuất phát từ chúng các dãy hàm tiến tới nghiệm của bài toán đơn điệu từ hai phía đã được xây dựng.

Ngoài ba bài toán có thể nói là tiêu biểu nêu trên người ta đã thành công trong việc sử dụng phương pháp đơn điệu cho nhiều bài toán cấp hai và cấp bốn khác nhau (khác nhau về dạng phương trình và loại điều kiện biên như điều kiện biên Neumann, điều kiện biên hỗn hợp, điều kiện biên tuần hoàn).

Trong số các công trình liên quan có thể kể đến:

- Công trình của Cherpion et al. [8].
- Công trình của Jiang et al. [9] cho phương trình dạng trên với điều kiện biên tuần hoàn.
- Công trình của Bai [2] với các điều kiện biên tuần hoàn.
- De-Xiang Ma et al. [12] đã thiết lập được kết quả về tồn tại nghiệm của bài toán biên phi tuyến 4 điểm.
- Wang [17] đã nghiên cứu tương tự rời rạc của bài toán trong thí dụ 3.

Trong tất cả các công trình nêu trên công cụ cơ bản để nghiên cứu tính đơn điệu của các dãy hàm và sự hội tụ của chúng là nguyên lý cực đại thích hợp cho từng loại bài toán. Ở đây cần phải nói rằng nguyên lý cực đại đối với các phương trình tuyến tính đơn giản với các điều kiện biên cơ bản đã có trong cuốn sách chuyên khảo nổi tiếng [13], song đối với các bài toán phức tạp hơn cần có nguyên lý cực đại phù hợp, chẳng hạn có thể xem trong [6, 7, 10, 15].

Mặc dù nhiều thành tựu quan trọng đã đạt được trong việc nghiên cứu và tìm lời giải của các bài toán biên phi tuyến, song sự phát triển của các lĩnh vực ứng dụng như cơ học, vật lý, sinh học, ... luôn đặt ra các bài toán mới với sự phức tạp trong phương trình cũng như điều kiện biên.

Chính vì thế luận án đặt mục đích sử dụng phương pháp đơn điệu hoặc kết hợp nó với các phương pháp khác để thiết lập định tính và đặc biệt là phương pháp giải số một số bài toán đối với phương trình vi phân thường và phương trình đạo hàm riêng cấp 4 nảy sinh trong lý thuyết uốn của dầm (1 chiều) và bản (2 chiều).

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Zhanbing Bai, Weigao Ge, Yifu Wang, The method of lower and upper solutions for some fourth-order equations, Journal of Inequalities in Pure and

Applied Mathematics, Volume 5, Issue 1, Article 13, 2004.

- [2] Zhanbing Bai, Iterative solutions for some fourth-order periodic boundary value problems, *Taiwanese Journal of Mathematics*, Vol. 12, No. 7, pp. 1681-1690, October 2008.
- [3] S.R. Bernfeld, J. Chandra, Minimal and maximal solutions of nonlinear boundary value problem, *Pacific J. Math.* 71 (1977) 13-20
- [4] Alberto Cabada, Luis Sanchez, A positive operator approach to the Neumann problem for a second order ordinary differential equation, *J. Math. Anal. Appl.* 204 (1996) 774-785.
- [5] Alberto Cabada, Review Article "An Overview of the lower and upper solutions method with nonlinear boundary value conditions", *Boundary Value Problems*, Volume 2011, Article ID 893753, 18 pages.
- [6] Alberto Cabada, J. Angel Cid, Luis Sanchez, Positivity and lower and upper solutions for fourth order boundary value problems, *Nonlinear Analysis: Theory, method & Applications*, (2007) 1599-1612.
- [7] M. Cherpion, C. De Coster, and P. Habets, Monotone iterative methods for boundary value problems, *Differ. Integral Equ* 12(1999) 309-338.
- [8] M. Cherpion, C. De Coster, and P. Habets. A constructive monotone iterative method for second order BVP in presence of lower and upper solutions, *Applied Mathematics and Computation* 123 (2001), 75-91.
- [9] Daqing Jiang, Meng Fan, Aying Wan, A monotone method for constructing extremal solutions to second-order periodic boundary value problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics* 136 (2001), 189-197.
- [10] P. Korman, A maximum principle for fourth-order ordinary differential equations, *Appl. Anal.* 33 (1989), 267-373.
- [11] G.S. Ladde, V. Lakshmikantham, A.S. Vatsala, *Monotone Iterative Techniques for Nonlinear Differential Equations*, Pitman, Boston, (1985).
- [12] De-xiang Ma, Xiao-zhong Yang, Upper and lower solution method for fourth-order four-point boundary value problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics* 223 (2009), 543-551.
- [13] M.H. Protter and Weinberger, *Maximum principles in differential equations*, Prentice- Hall, (1968).
- [14] D. H. Sattinger, *Monotone methods in nonlinear elliptic and parabolic boundary value problems*, (1971), 979-1000.
- [15] Pedro J. Torres and Meirong Zhang, A monotone iterative scheme for a nonlinear second order equation based on a generalized anti-maximum principle, *Math. Nachr.* 251, (2003), 101-107.
- [16] Yuan-Ming Wang, Convergence analysis of a monotone method for fourth-order semilinear elliptic boundary value problems, *Applied Mathematics Letters* 19 (2006), 332-339.
- [17] Yuan-Ming Wang, Error and stability of monotone method for numerical solution of fourth-order semilinear elliptic boundary value problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics* 200 (2007), 503-519.

2. Trong nước

Xây dựng và phát triển phương pháp lặp đơn điệu giải bài toán biên phi tuyến thu hút được sự quan tâm nghiên cứu của các nhà toán học trong nước. Tiêu biểu như nhóm nghiên cứu thuộc Viện Công nghệ Thông tin – Viện Hàm lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam của GS. TS. Đặng

Quang Á, Ths. NCS. Vũ Thái Luân, nhóm nghiên cứu tại Đại học Thái Nguyên (TS. Vũ Vinh Quang, TS. Trương Hà Hải, Ths. NCS. Nguyễn Thanh Hoàng, Ths. NCS. Ngô Thị Kim Quy, Ths. NCS. Trần Đình Hùng...). Vì vậy việc thực hiện đề tài nghiên cứu này là cần thiết và khả thi.

[1] Dang Quang A, Iterative method for solving a nonlinear boundary value problem, Applied Mathematics and Computation 190 (2007), 1675-1682.

[2] Dang Quang A, Vu Thai Luan, Iterative method for solving a nonlinear fourth order boundary, Computers and Mathematics with Applications, 60, (2010), 112-121.

[3] Dang Quang A, Vu Thai Luan, Dang Quang Long, Iterative method for solving a fourth order differential equation with nonlinear boundary condition, Applied Mathematics Sciences, Vol.4, (2010), No. 70, 3467-3481.

3. Danh mục các công trình đã công bố thuộc lĩnh vực của đề tài của chủ nhiệm và những thành viên tham gia nghiên cứu:

[1] Dang Quang A and Nguyen Thanh Huong, Iterative Method for Solving a Beam Equation with Nonlinear Boundary Conditions, Advances in Numerical Analysis 2013 (2013), Article ID 470258.

[2] Nguyen Van Ngoc and Nguyen Thi Ngan , On some systems of dual integral equations involving Fourier transforms, Algebraic Structures in Partial Differential Equations Related to Complex and Clifford Analysis, Ho Chi Minh City University of Education Press, (2011) pp 225-248, [3] Nguyen Van Ngoc and Nguyen Thi Ngan, Solvability of a system of dual integral equations of a mixed boundary value problem for the Biharmonic equation in a strip, Volume 36 Number 2, Acta Mathematica Vietnamica, (2011) pp 375-396.

[4] Vu Vinh Quang, Ngo Thi Kim Quy, Phương pháp chia miền giải bài toán biên với điểm biên kỳ dị, Tạp chí Khoa học và Công Nghệ - Đại học Thái Nguyên, Tập 104, số 04(2013), 131-136.

[5] Ngo Thi Kim Quy, Dạng tổng quát của định lý thác triển Hartogs đối với các ánh xạ chỉnh hình tách biệt, Tạp chí Khoa học và Công Nghệ - Đại học Thái Nguyên, Tập 103, số 03(2013), 133-139.

MỤC TIÊU

- Sử dụng phương pháp đơn điệu hoặc kết hợp nó với các phương pháp khác để thiết lập định tính và đặc biệt là phương pháp giải số một số bài toán đối với phương trình vi phân thường và phương trình đạo hàm riêng cấp 4 nảy sinh trong lý thuyết uốn của dầm (1 chiều) và bản (2 chiều).

- Nghiên cứu phương pháp đơn điệu cho phương trình phi tuyến cấp 4 dạng

$$u(4) = f(x, u', u'')$$

không chứa hoặc có chứa thành phần tích phân với một số loại điều kiện biên tuyến tính hoặc phi tuyến.

- Mở rộng kết quả sang phương trình cấp 4 đạo hàm riêng.

- Nghiên cứu tương tự rời rạc của các bài toán đó và các phương pháp số hữu hiệu hiện thực hóa chúng.

- Thực hiện tính toán trên máy tính điện tử để kiểm tra sự hội tụ của các thuật toán đã được nghiên cứu bằng lý thuyết.

- Góp phần nâng cao năng lực nghiên cứu cho cán bộ giảng dạy Toán học giải tích và Toán ứng dụng của Đại học; phục vụ hiệu quả cho công tác NCKH và đào tạo sau đại học chuyên ngành Toán giải tích và Toán ứng dụng của Đại học Thái Nguyên;

- Mở rộng hợp tác nghiên cứu khoa học với các cơ sở nghiên cứu ngoài Đại học.

NỘI DUNG

- Nghiên cứu phương pháp đơn điệu cho phương trình phi tuyến cấp 4 dạng

$$u(4) = f(x, u', u'')$$

không chứa hoặc có chứa thành phần tích phân với một số loại điều kiện biên tuyến tính hoặc phi tuyến.

- Mở rộng kết quả sang phương trình cấp 4 đạo hàm riêng dạng

$$\Delta(k\Delta u) - a\Delta u + bu = f(x, u, \Delta u)$$

với một số điều kiện biên tuyến tính hoặc phi tuyến.

- Nghiên cứu tương tự rời rạc của các bài toán nêu trên và các phương pháp số hữu hiệu hiện thực hóa chúng.

- Thực hiện tính toán trên máy tính điện tử để kiểm tra sự hội tụ của các thuật toán đã được nghiên cứu bằng lý thuyết.

PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Nghiên cứu lý thuyết (tổ chức Seminar, trao đổi, hợp tác nghiên cứu).

Thiết lập mới hoặc sử dụng các nguyên lý cực đại đã biết ở mức liên tục để nghiên cứu tính đơn điệu và hội tụ của các dãy xấp xỉ cho các bài toán.

Thiết lập mới hoặc sử dụng các nguyên lý cực đại đã biết ở mức rời rạc để nghiên cứu tính đơn điệu và hội tụ của các dãy xấp xỉ cho các bài toán đã rời rạc hóa.

Sử dụng công cụ đại số tuyến tính và giải tích hàm nghiên cứu hệ phương trình đại số được dẫn đến.

Thực hiện tính toán trên máy tính điện tử để kiểm tra sự hội tụ của các thuật toán đã được nghiên cứu bằng lý thuyết và nghiên cứu bằng thực nghiệm những thuật toán chưa chứng minh được bằng lý thuyết.

HIỆU QUẢ KTXH

Hiệu quả dự kiến:

- Giáo dục, đào tạo, Kinh tế, xã hội

+ Nâng cao năng lực nghiên cứu của chủ nhiệm đề tài và các thành viên tham gia đề tài.

+ Góp phần phục vụ công tác đào tạo, NCKH chuyên ngành Toán tại Đại học Thái Nguyên.

+ Mở rộng hợp tác nghiên cứu khoa học với cơ sở đào tạo và nghiên cứu ngoài Đại học Thái Nguyên.

ĐƠN VỊ SỬ DỤNG

Góp phần phục vụ công tác đào tạo, NCKH chuyên ngành Toán tại Đại học Thái Nguyên.