

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP LẠI XUỐNG DỐC VÀ CO HẸP CHO ÁNH XẠ KHÔNG GIÃN VÀ NỬA NHÓM KHÔNG GIÃN

TỔNG QUAN

Để xác định một điểm bất động của ánh xạ không giãn T trên C , Alber [4] đã đề xuất phương pháp đường dốc nhất sau:

$$x_{n+1} = PC(x_n - n(I - T)x_n); \quad n \geq 0; x_0 \in C; \quad (1.1)$$

trong đó I là ánh xạ đồng nhất trong H , và chứng minh được rằng nếu dãy số thực không âm $\{n\}$ được chọn sao cho $n \rightarrow \infty$ khi $n \rightarrow \infty$ và $\{x_n\}$ bị chặn, thì:

(i) Tồn tại điểm tụ yếu C của $\{x_n\}$;

(ii) Mọi điểm tụ yếu của $\{x_n\}$ đều thuộc $F(T)$;

(iii) Nếu $F(T)$ chỉ gồm một phần tử, i.e., $F(T) = \{u\}$, thì $\{x_n\}$ hội tụ yếu về u .

Từ các thuật toán của Solodov và Svaiter [5], Nakajo và Takahashi [2] đã chứng minh sự hội tụ mạnh của quá trình lặp sau:

$$\begin{aligned} x_0 &\in C; \\ y_n &= nx_n + (1 - n)Tx_n; \\ C_n &= \{z \in C : \|y_n - z\| \leq \|x_n - z\|\}; \\ Q_n &= \{z \in C : \langle x_n - x_0, z - x_n \rangle \leq 0\}; \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$x_{n+1} = PC_n Q_n(x_0); \quad n \geq 0;$$

trong đó $\{n\} \rightarrow \infty$ với mỗi $a \in [0, 1)$, để xác định một điểm bất động của ánh xạ không giãn T trên C , và

$$\begin{aligned} x_0 &\in C; \\ y_n &= nx_n + (1 - n)Tx_n; \\ C_n &= \{z \in C : \|y_n - z\| \leq \|x_n - z\|\}; \\ Q_n &= \{z \in C : \langle x_n - x_0, z - x_n \rangle \leq 0\}; \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$x_{n+1} = PC_n Q_n(x_0); \quad n \geq 0;$$

trong đó T_n được xác định bởi

$$T_n y = ;$$

với mỗi $y \in C$, $n \geq 0$ với mỗi $a \in [0, 1)$ và $\{n\}$ là một dãy số thực không âm phân kỳ, để xác định một điểm bất động của một nửa nhóm ánh xạ không giãn $\{T(t) : t \geq 0\}$.

Ngoài ra, năm 2008, Takahashi, Takeuchi và Kubota [6] đã đề xuất một dạng đơn giản của (1.3) như sau:

$$\begin{aligned} x_0 &\in H, C_1 = C; x_1 = PC_1 x_0; \\ y_n &= nx_n + (1 - n)Tx_n; \\ C_n &= \{z \in C_n : \|y_n - z\| \leq \|x_n - z\|\}; \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$x_{n+1} = PC_{n+1} x_0; \quad n \geq 1;$$

Họ đã chỉ ra (Định lý 4.4 trong [6]) rằng nếu $0 \leq a < 1$; $0 < n < \infty$ với mọi $n \geq 1$ và $n \rightarrow \infty$, thì $\{x_n\}$ hội tụ mạnh về $u_0 = PFx_0$: Cũng trong thời điểm đó, Saejung [7] đã xét quá trình lặp tương tự không cần tích phân Bochner:

$$\begin{aligned} x_0 &\in H, C_1 = C; x_1 = PC_1 x_0; \\ y_n &= nx_n + (1 - n)T(t_n)x_n; \\ C_n &= \{z \in C_n : \|y_n - z\| \leq \|x_n - z\|\}; \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$x_{n+1} = PC_{n+1} x_0; \quad n \geq 1;$$

trong đó $0 \leq a < 1$; $\liminf_{n \rightarrow \infty} t_n = 0$; $\limsup_{n \rightarrow \infty} t_n < \infty$, và $\lim_{n \rightarrow \infty} (t_{n+1} - t_n) = 0$. Khi đó $\{x_n\}$ hội tụ mạnh

về $u_0 = PFx_0$

10.2. Trong nước (phân tích, đánh giá tình hình nghiên cứu thuộc lĩnh vực của đề tài ở Việt Nam, liệt kê danh mục các công trình nghiên cứu, tài liệu có liên quan đến đề tài được trích dẫn khi đánh giá tổng quan)

Nếu $C \subset H$, thì C_n và Q_n là các nửa không gian. Do đó, hình chiếu của x_{n+1} lên $C_n \cap Q_n$ ở các phương pháp nêu trên được biểu diễn bởi công thức hiện (xem [13])

$$x_{n+1} = x_0 + \frac{1}{2}v_n + \frac{1}{2}(x_0 - x_n); \quad (1.6)$$

với $\frac{1}{2}$ là nghiệm của hệ phương trình gồm 2 phương trình với 2 ẩn

$$1 \leq |v_n| \leq 2 + 2\langle v_n, x_0 - x_n \rangle = -\langle x_0 - x_n, v_n \rangle$$

$$1 \leq \langle v_n, x_0 - x_n \rangle + 2 \left| \langle x_0 - x_n, v_n \rangle \right| \leq - \left| \langle x_0 - x_n, v_n \rangle \right|; \quad (1.7)$$

trong đó $v_n = x_n - Tx_n$.

Nếu C là một tập con thực sự của H , thì C_n và Q_n không phải là các nửa không gian. Khi đó, một câu hỏi tự nhiên được đặt ra: tìm tập C_n và Q_n như thế nào đây và liệu có thể biểu diễn x_{n+1} tương tự như trong [13]? Mới đây GS Nguyễn Bường trong [14], [15], [16] và [17] đã đề xuất một cách tiếp cận mới trong đó C_n và Q_n luôn là hai nửa không gian.

Tài liệu tham khảo:

- {1} E.F. Browder, Fixed-point theorems for noncompact mappings in Hilbert spaces, *Proceed. Nat. Acad. Sci. USA* 53: 1272-1276 (1965)
- {2} R. DeMarr, Common fixed points for commuting contraction mappings, *Pacific J. Math.* 13: 1139-1141 (1963)
- {3} W.R. Mann, Mean value methods in iteration, *Proc. Amer. Math. Soc.* 4: 506-510 (1953)
- {4} A. Genel, J. Lindenstrass, An example concerning fixed points, *Israel J. Math.* 22: 81-86 (1975)
- {5} B. Halpern, Fixed points of nonexpanding maps, *Bull. Am. Math. Soc.* 73: 957-961 (1967)
- {6} P.L. Lions, Approximation de points fixes de contractions, *C.R. Acad. Sci. S\er A-B Paris* 284: 1357-1359 (1977)
- {7} S. Reich, Strong convergence theorem for resolvents of accretive operators in Banach spaces, *J. Math. Anal. Appl.* 75: 287-292 (1980)
- {8} R. Wittmann, Approximation of fixed points of nonexpansive mappings, *Arch. Math.* 59: 486-491 (1992)
- {9} Y. Song, A new sufficient condition for strong convergence of Halpern type iterations, *Appl. Math. Comput.* 198(2,1): 721-728 (2007)
- {10} Ya.I. Alber, On the stability of iterative approximations to fixed points of nonexpansive mappings, *J. Math. Anal. Appl.* 328: 958-971 (2007)
- {11} K. Nakajo and W. Takahashi, Strong convergence theorem for nonexpansive mappings and nonexpansive semigroup, *J. Math. Anal. Appl.* 279: 372-379 (2003)
- {12} C. Martinez-Yanes, H.K. Xu, Strong convergence of the CQ method for fixed iteration processes, *Nonl. Anal.* 64: 2400-2411 (2006)
- {13} M.V. Solodov, B.F. Svaiter, Forcing strong convergence of proximal point iterations in Hilbert space, *Math. Progr.* 87: 189-202 (2000)
- {14} Nguyen Bường, Strong convergence theorem for nonexpansive semigroup in Hilbert space, *Nonl. Anal.* 72(12): 4534-4540 (2010)
- {15} Nguyen Bường, Strong convergence theorem of an iterative method for variational

inequalities and fixed point problems in Hilbert spaces, Applied Math. and Comp. 217: 322-329 (2010)

{16} Nguyen Buong, Strong convergence of a method for variational inequality problems and fixed point problems of no expensive semigroup in Hilbert spaces, J. Appl. Math & Informatics. 29(1-2): 61-74 (2011)

{17} Nguyen Buong and Nguyen Dinh Duong, A method for equilibrium problem and fixed point problem of a nonexpansive semigroup in Hilbert spaces, Fixed Point Theory and Application, appear 2011.

{18} A. Moudafi, Viscosity approximation methods for fixed-point problems, J. Math. Anal. Appl. 241: 46-55 (2000)

MỤC TIÊU

Chúng tôi giới thiệu một vài phương pháp lặp mới trên cơ sở phương pháp lai ghép trong toán quy hoạch và phương pháp đường dốc nhất để xác định điểm bất động của một ánh xạ không giãn và điểm bất động chung của một nửa nhóm các ánh xạ không giãn trong không gian Hilbert. Kết quả của đề tài này là sự cải biên và cải tiến của một vài kết quả đã biết.

Các phương pháp lặp ẩn và lặp hiện dựa trên cơ sở phương pháp lặp co Krasnoselskii-Mann tìm điểm bất động các ánh xạ tựa không giãn trên một tập con lồi trong không gian Hilbert thực.

NỘI DUNG

Sự hội tụ mạnh về điểm bất động của ánh xạ không giãn

Sự hội tụ mạnh về một điểm bất động chung của một nửa nhóm các ánh xạ không giãn

Phương pháp lặp ẩn

Phương pháp lặp hiện

Viết bài báo trong nước và nước ngoài.

PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Nghiên cứu lý thuyết (tổ chức Seminar, trao đổi, hợp tác nghiên cứu).

HIỆU QUẢ KTXH

ĐƠN VỊ SỬ DỤNG

Trường Đại học Khoa học